

27 | Función seno

Área de una cometa

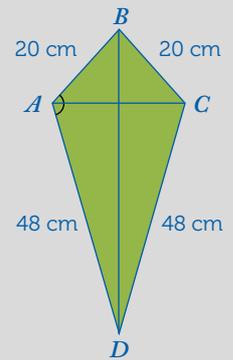


En Valencia es tradición volar cometas en las fiestas de Pascua.

En la playa de la Malvarrosa de Valencia durante dichas fiestas se realiza un concurso de cometas.

Para construir una cometa como la de la figura se dispone de dos cañas de 20 cm de longitud, dos de 48 cm y dos transversales.

Se considera x el ángulo $\angle BAD$.



1 ¿Cuánto vale el área de la cometa si $x = \frac{5\pi}{6}$ rad?

2 Rellena la siguiente tabla:

Ángulo (rad)	Área de la cometa (cm ²)
0 rad	
$\frac{\pi}{6}$ rad	
$\frac{\pi}{3}$ rad	
$\frac{\pi}{2}$ rad	
$\frac{2\pi}{3}$ rad	
$\frac{5\pi}{6}$ rad	
π rad	
x	$S(x)$

3 ¿Qué tipo de función es $S(x)$? Enumera sus características.

4 ¿Para qué valor de x el área de la cometa es máxima? Calcula el área máxima y las longitudes de las diagonales \overline{AC} , \overline{BD} para dicho valor.

5 ¿Cuánto mide el ángulo x , en grados sexagesimales, si queremos que la cometa tenga una superficie de 500 cm²?

27 | Función seno Área de una cometa



MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- En esta actividad se quiere conseguir:
 - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
 - Aplicar la fórmula trigonométrica del área de un triángulo.
 - Construir la tabla de valores de una función.
 - Representar gráficas.
 - Estudiar la función senoide.
 - Resolver ecuaciones trigonométricas.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1 2

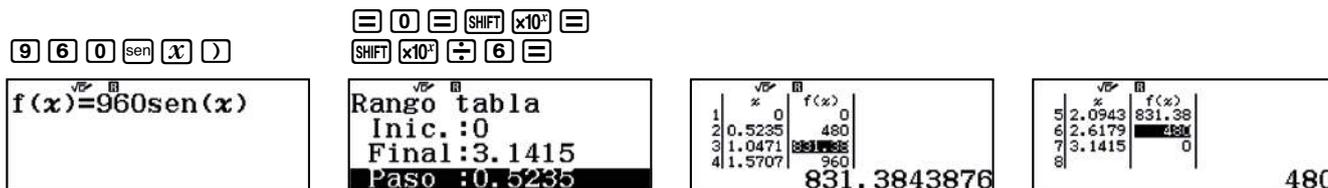
El área del triángulo $\triangle ABD$ en función del ángulo es:

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \text{sen } x$$

El área de la cometa $ABCD$ es el doble del área del triángulo $\triangle ABD$:

$$S(x) = 960 \cdot \text{sen } x, x \in [0, \pi]$$

Para construir la tabla de la función se utiliza el menú *Tabla* y las unidades angulares se expresan en radianes:



El área del cometa para $x = \frac{5\pi}{6}$ rad es:

$$S\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 480 \text{ cm}^2$$

La tabla queda de la siguiente manera:

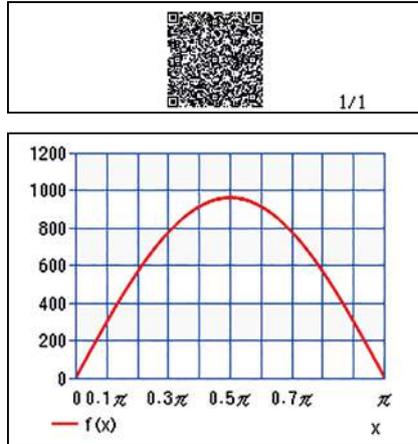
Ángulo (rad)	Área de la cometa (cm ²)
0 rad	0 cm ²
$\frac{\pi}{6}$ rad	480 cm ²
$\frac{\pi}{3}$ rad	831,38 cm ²
$\frac{\pi}{2}$ rad	960 cm ²
$\frac{2\pi}{3}$ rad	831,38 cm ²
$\frac{5\pi}{6}$ rad	480 cm ²
π rad	0 cm ²
x	$S(x)$

27 | Función seno

Área de una cometa

3 4

Para representar gráficamente la función se utiliza la función QR:



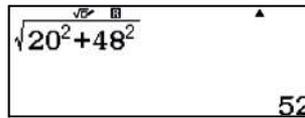
La función es una senoide.

El área máxima de la cometa se alcanza en $x = \frac{\pi}{2}$ rad:

$$S\left(\frac{\pi}{2}\right) = 960 \text{ cm}^2$$

Para $x = \frac{\pi}{2}$ rad el triángulo $\triangle ABD$ es rectángulo. Aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene:

$$\overline{BD} = \sqrt{20^2 + 48^2} = 52 \text{ cm}$$



Dado que las diagonales de la cometa, \overline{BD} y \overline{AC} , son perpendiculares siendo P su punto de intersección, se deduce que el área del triángulo $\triangle ABD$ cuando $x = \frac{\pi}{2}$ rad es:

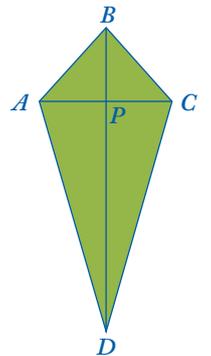
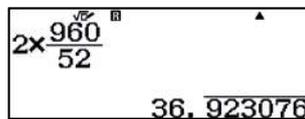
$$S\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{960}{2} = \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AP}$$

$$\frac{960}{2} = \frac{1}{2} \cdot 52 \cdot \overline{AP}$$

En consecuencia:

$$\overline{AP} = \frac{960}{52}$$

$$\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AP} = 2 \cdot \frac{960}{52}$$



La diagonal \overline{AC} de la cometa de área máxima es aproximadamente 36,92 cm.

5

Para calcular el valor de x que hace que el área de la cometa sea 500 cm^2 se resuelve la ecuación:

$$S(x) = 500$$

$$960 \cdot \text{sen}(x) = 500$$

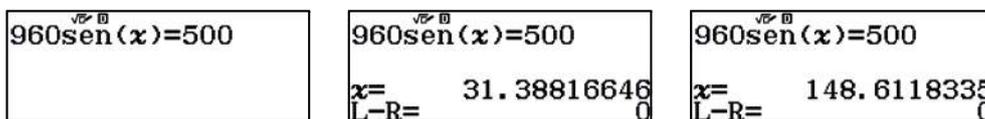
27 | Función seno

Área de una cometa

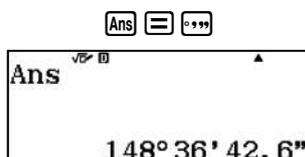
La calculadora se configura con medidas angulares sexagesimales mediante la siguiente secuencia:



Para resolver la ecuación se utiliza la función SOLVE:



La primera solución no forma una cometa. Por tanto, el ángulo x que hace que la cometa tenga una superficie de 500 cm^2 es, aproximadamente, $148^\circ 37'$:



I Ampliación

1 Si las longitudes de las cañas son 24 y 50 cm, respectivamente, ¿para qué valor del ángulo el área de la cometa es máxima?

2 Cambia los valores de las longitudes iniciales y calcula de nuevo el valor del ángulo para que el área de la cometa sea máxima.

¿Qué observas? Redacta tus conclusiones.