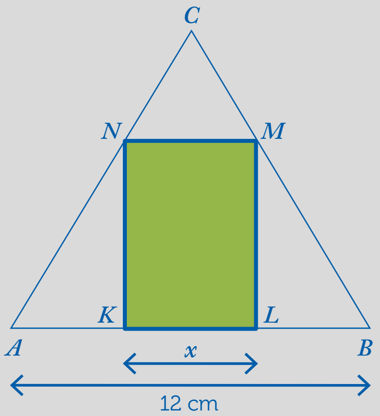
12 Función cuadrática
Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero



En un triángulo equilátero $\overset{\triangle}{ABC}$ de lado $\overline{AB}$ = 12 cm se ha inscrito un rectángulo $KLMN$ de lado $\overline{KL}$ = x cm.

1 Calcula el área del rectángulo $KLMN$ para x = 2 cm.

2 Determina el área $S(x)$ del rectángulo $KLMN$ en función de $x = \overline{KL}$.

3 Rellena la siguiente tabla:

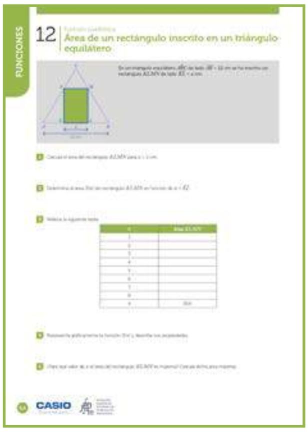
x	Área $KLMN$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
x	$S(x)$

4 Representa gráficamente la función $S(x)$ y describe sus propiedades.

5 ¿Para qué valor de x el área del rectángulo $KLMN$ es máxima? Calcula dicha área máxima.

12 Función cuadrática

Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero



MATERIALES
Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO
4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS
- En esta actividad se quiere conseguir:
  - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
  - Construir la tabla de valores de una función.
  - Calcular el valor máximo de una función
  - Representar gráficamente funciones.
  - Visualizar la simetría de la parábola.
  - Resolver ecuaciones de segundo grado.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1 2 3

De la figura se deduce que:

$$\overline{AK} = \overline{BL} = 6 - \frac{x}{2}$$

$$\overline{MN} = \overline{CM} = \overline{CN} = x$$

$$\overline{AK} + \overline{BL} = 12 - x = \overline{AN} + \overline{BN}$$

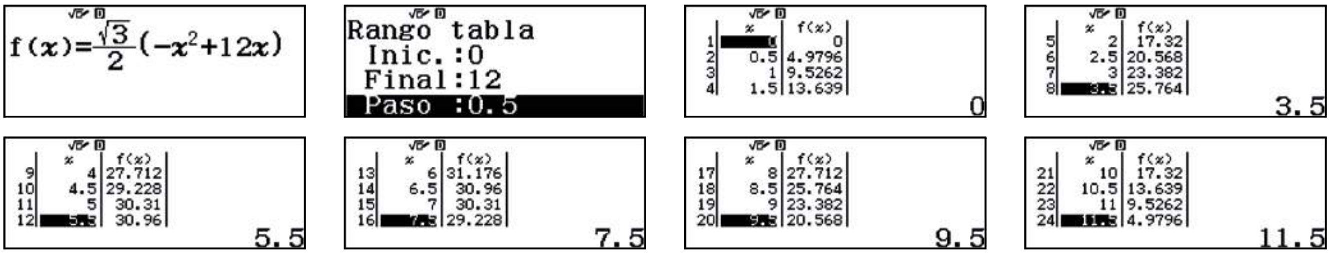
Por tanto, el área del rectángulo $KLMN$ es igual al área del triángulo equilátero $\hat{ABC}$ menos la suma de las áreas de dos triángulos equiláteros de lados x y $12 - x$, respectivamente:

$$S_{KLMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (12 - x)^2\right)$$

Simplificando la expresión se obtiene:

$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-x^2 + 12x),\ x \in [0, 12]$$

Se rellena la tabla de valores de esta función con el menú *Tabla*:



Si $x = 2$ cm, $S(2) = 10 \cdot \sqrt{3} \approx 17{,}32$ cm².

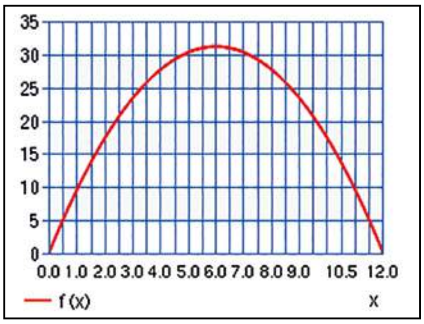
La tabla queda de la siguiente manera:

x	Área $KLMN$
1	9,53
2	17,32
3	23,38
4	27,12
5	30,96
6	31,18
7	30,31
8	27,71
x	$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-x^2 + 12x)$

12 | Función cuadrática
Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero

4 **5**

Se utiliza el código *QR*:



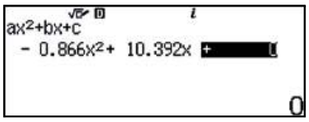
La gráfica de la función es una parábola convexa. El máximo se alcanza en el vértice, es decir, cuando $x = 6$ cm.

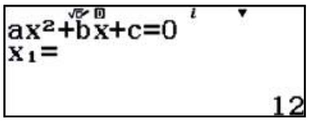
El menú *Ecuación/Función* permite hallar los puntos de corte con el eje de abscisas resolviendo la ecuación:

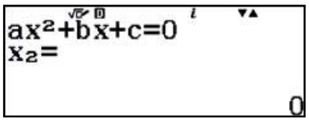
$$S(x) = 0$$

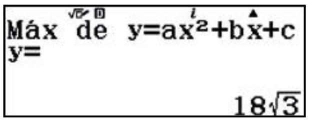
$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-x^2 + 12x) = 0$$

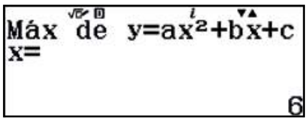
Al mismo tiempo la calculadora muestra las coordenadas del vértice de la parábola, que en este caso corresponde al máximo de la función:











Los puntos de corte con el eje de abscisas son (0, 0) y (12, 0) .

El valor máximo se alcanza cuando $x = 6$ cm y el área máxima es:

$$S(6) = 18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Finalmente, se observa que, para el valor máximo $\overline{MN}$ es paralela media del triángulo equilátero. Entonces, $\overline{KN}$ es igual a la mitad de la altura del triángulo equilátero.