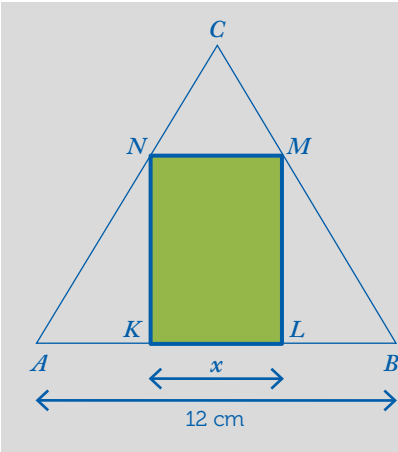


12

Función cuadrática

Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero



En un triángulo equilátero $\triangle ABC$ de lado $\overline{AB} = 12$ cm se ha inscrito un rectángulo $KLMN$ de lado $\overline{KL} = x$ cm.

- 1 Calcula el área del rectángulo $KLMN$ para $x = 2$ cm.
- 2 Determina el área $S(x)$ del rectángulo $KLMN$ en función de $x = \overline{KL}$.
- 3 Rellena la siguiente tabla:

x	Área $KLMN$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
x	$S(x)$

- 4 Representa gráficamente la función $S(x)$ y describe sus propiedades.
- 5 ¿Para qué valor de x el área del rectángulo $KLMN$ es máxima? Calcula dicha área máxima.

Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero

12 Función cuadrática
Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero

Se tiene un triángulo equilátero ABC de lado 12 cm. Se inscribe un rectángulo $KLMN$ de modo que K y L estén en AB y M y N en AC .

- Calcular el área del triángulo ABC en cm^2 .
- Determinar una función que represente el área $S(x)$ en función de x .
- Representar gráficamente la función $S(x)$.
- Resolver gráficamente la ecuación $S(x) = 17,32$.
- Calcular el valor de x en el momento en que el área $S(x)$ es igual a la mitad del área del triángulo ABC .

x	$S(x)$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- En esta actividad se quiere conseguir:
 - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
 - Construir la tabla de valores de una función.
 - Calcular el valor máximo de una función
 - Representar gráficamente funciones.
 - Visualizar la simetría de la parábola.
 - Resolver ecuaciones de segundo grado.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1 2 3

De la figura se deduce que:

$$\overline{AK} = \overline{BL} = 6 - \frac{x}{2}$$

$$\overline{MN} = \overline{CM} = \overline{CN} = x$$

$$\overline{AK} + \overline{BL} = 12 - x = \overline{AN} + \overline{BN}$$

Por tanto, el área del rectángulo $KLMN$ es igual al área del triángulo equilátero ABC menos la suma de las áreas de dos triángulos equiláteros de lados x y $12 - x$, respectivamente:

$$S_{KLMN} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 12^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (12 - x)^2 \right)$$

Simplificando la expresión se obtiene:

$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-x^2 + 12x), x \in [0, 12]$$

Se rellena la tabla de valores de esta función con el menú *Tabla*:

$$f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} (-x^2 + 12x)$$

Rango tabla
Inic.: 0
Final: 12
Paso: 0.5

x	$f(x)$
1	9,53
2	17,32
3	23,38
4	27,12

x	$f(x)$
5	29,96
6	31,18
7	30,31
8	27,71

x	$f(x)$
9	23,38
10	17,32
11	9,53
12	0

x	$f(x)$
13	-9,53
14	-17,32
15	-23,38
16	-27,12

x	$f(x)$
17	-29,96
18	-31,18
19	-30,31
20	-27,71

x	$f(x)$
21	-23,38
22	-17,32
23	-9,53
24	0

Si $x = 2$ cm, $S(2) = 10 \cdot \sqrt{3} \approx 17,32 \text{ cm}^2$.

La tabla queda de la siguiente manera:

x	Área $KLMN$
1	9,53
2	17,32
3	23,38
4	27,12
5	30,96
6	31,18
7	30,31
8	27,71
x	$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-x^2 + 12x)$

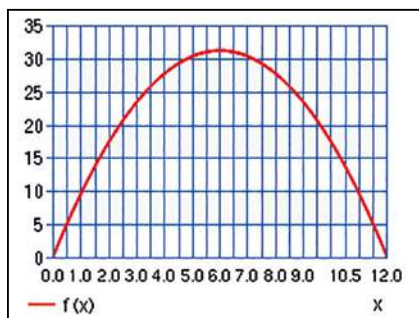
12

Función cuadrática

Área de un rectángulo inscrito en un triángulo equilátero

4 5

Se utiliza el código QR:



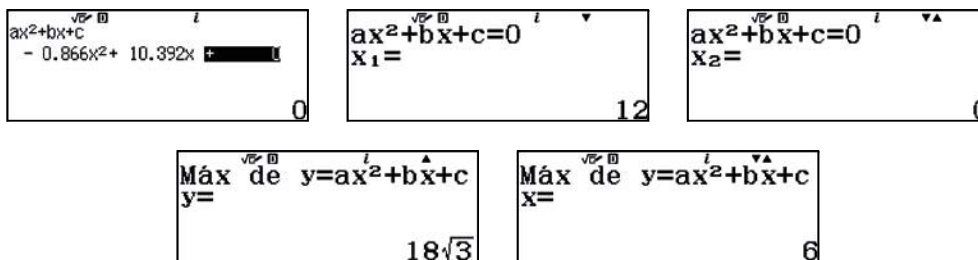
La gráfica de la función es una parábola convexa. El máximo se alcanza en el vértice, es decir, cuando $x = 6$ cm.

El menú *Ecuación/Función* permite hallar los puntos de corte con el eje de abscisas resolviendo la ecuación:

$$S(x) = 0$$

$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (-x^2 + 12x) = 0$$

Al mismo tiempo la calculadora muestra las coordenadas del vértice de la parábola, que en este caso corresponde al máximo de la función:



Los puntos de corte con el eje de abscisas son $(0, 0)$ y $(12, 0)$.

El valor máximo se alcanza cuando $x = 6$ cm y el área máxima es:

$$S(6) = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

Finalmente, se observa que, para el valor máximo \overline{MN} es paralela media del triángulo equilátero. Entonces, \overline{KN} es igual a la mitad de la altura del triángulo equilátero.