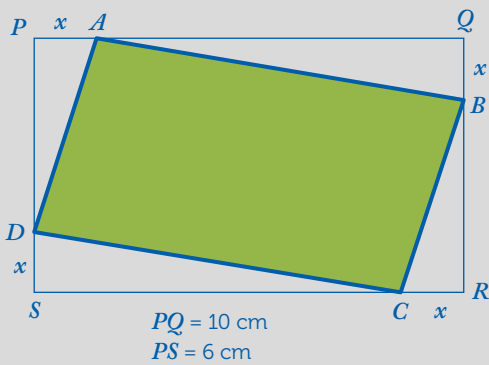


14 | Función cuadrática

Área de un cuadrilátero



En el rectángulo $PQRS$ de lados $\overline{PQ} = 10$ cm y $\overline{PS} = 6$ cm se inscribe el paralelogramo $ABCD$.

Los vértices A, B, C, D pertenecen a los lados $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{SP}$, respectivamente, de forma que:

$$\overline{PA} = \overline{QB} = \overline{RC} = \overline{SD} = x$$

1 Calcula el área del cuadrilátero $ABCD$ para $x = 1$ cm.

2 ¿Qué valores puede tomar x ?

3 Rellena la siguiente tabla:

x	Área $ABCD$
0	
0,5	
1	
1,5	
2	
2,5	
3	
3,5	
4	
4,5	
5	
x	$S(x)$

4 ¿Qué tipo de función es $S(x)$? Enumera sus características y represéntala gráficamente.

5 ¿Para qué valor de x el área del paralelogramo $ABCD$ es mínima? ¿Cuál es dicha área mínima?

6 Si el área del cuadrilátero $ABCD$ es 40 cm², ¿cuánto vale x ?

7 ¿Para qué valores de x el área del cuadrilátero $ABCD$ es menor o igual que 30 cm²?

14 | Función cuadrática

Área de un cuadrilátero



MATERIALES

Calculadora CASIO fx-570/991SP X II Iberia

NIVEL EDUCATIVO

4º de ESO

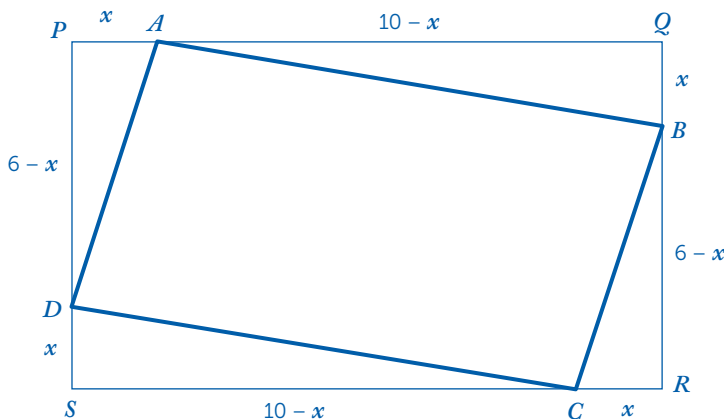
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y TÉCNICAS

- En esta actividad se quiere conseguir:
 - Transformar el enunciado de un problema a lenguaje algebraico.
 - Construir la tabla de valores de una función.
 - Calcular el valor mínimo de una función.
 - Representar funciones gráficamente.
 - Resolver ecuaciones de segundo grado.
 - Resolver inecuaciones de segundo grado.

EJEMPLO DE SOLUCIÓN

1 2 3

De la figura se deduce que el área del cuadrilátero $ABCD$ es igual al área del rectángulo $PQRS$ menos la suma de las áreas de los triángulos rectángulos PAD , QAB , RCB y SCD , por tanto, el área viene expresado por:

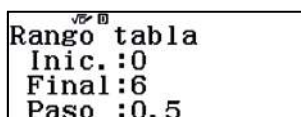
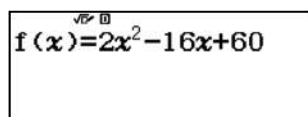


$$\begin{aligned}
 S_{ABCD} &= 10 \cdot 6 - \left(2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot (6 - x) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot (10 - x) \right) = \\
 &= 10 \cdot 6 - \left(\frac{2 \cdot x \cdot (6 - x)}{2} + \frac{2 \cdot x \cdot (10 - x)}{2} \right) = \\
 &= 10 \cdot 6 - (x \cdot (6 - x) + x \cdot (10 - x))
 \end{aligned}$$

Simplificando la expresión se obtiene:

$$S(x) = 2x^2 - 16x + 60, x \in [0, 6]$$

Para construir la tabla de valores se utiliza el menú *Tabla*:



x	f(x)
1	46
2	52,5
3	46
4	40,5

x	f(x)
2	36
3	30
4	28,5

x	f(x)
4	28,5
5	30
6	32,5

En la tabla se observa que $S(1) = 46 \text{ cm}^2$.

14 | Función cuadrática

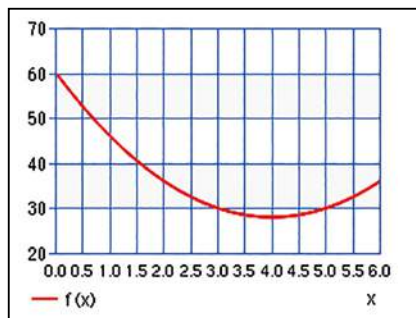
Área de un cuadrilátero

La tabla queda de la siguiente manera:

x	Área $ABCD$
0	60
0,5	52,5
1	46
1,5	40,5
2	36
2,5	32,5
3	30
3,5	28,5
4	28
4,5	28,5
5	30
x	$S(x) = 2x^2 - 16x + 60$

4

La representación de la función se obtiene mediante el código QR:



La gráfica de la función $S(x)$ es una parábola cóncava.

5

En la gráfica se observa que el mínimo se alcanza en el vértice: $x = 4$.

El menú *Ecuación/Función* permite hallar los puntos de corte con el eje de abscisas resolviendo la ecuación:

$$S(x) = 0$$

$$2x^2 - 16x + 60 = 0$$

La calculadora muestra también las coordenadas del vértice de la parábola, que en este caso corresponde al mínimo de la función:

En consecuencia, el mínimo se alcanza en $x = 4$ cm y el área mínima del cuadrilátero $ABCD$ es $S(4) = 28$ cm².

14 | Función cuadrática

Área de un cuadrilátero

6

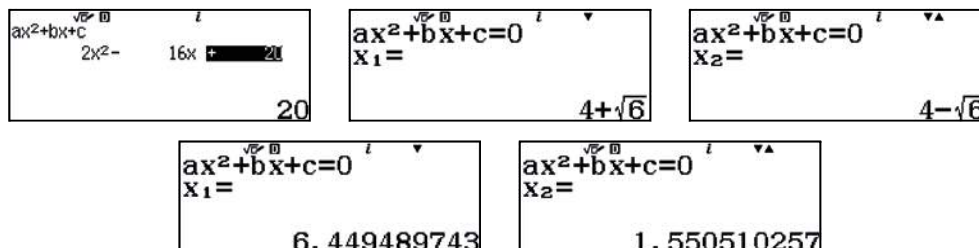
Para determinar los valores de x para los que el área del cuadrilátero $ABCD$ es 40 cm^2 , se resuelve la ecuación:

$$S(x) = 40$$

$$2x^2 - 16x + 60 = 40$$

$$2x^2 - 16x + 20 = 0$$

Se utiliza el menú *Ecuación/Función*:



La primera solución no pertenece al dominio.

Así pues, el área del cuadrilátero es 40 cm^2 cuando $x = 4 - \sqrt{6} \approx 1,55 \text{ cm}$.

7

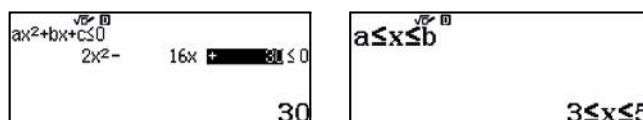
Para determinar los valores para los que el área del cuadrilátero $ABCD$ es menor o igual que 30 cm^2 se resuelve la inecuación:

$$S(x) \leq 30$$

$$2x^2 - 16x + 60 \leq 30$$

$$2x^2 - 16x + 30 \leq 0$$

Se utiliza el menú *Inecuación*:



El área del cuadrilátero $ABCD$ es menor o igual que 30 cm^2 cuando $x \in [3, 5]$.

Con el código QR se obtiene la representación gráfica de la solución de la inecuación:

